河池市2024年秋季学期高一期末学业水平质量检测

数学 参考答案

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	D	A	A	D	C	C	C	B	AC	ACD	ABD

1.【详解】特称命题的否定是全称命题，因此命题“$\exists x\in(0,+\infty),x^3+\mathrm{In}x<0$”的否定是

$\forall x\in(0,+\infty),x^3+\mathrm{In}x\geq 0$ 故选：D.

2.【详解】根据三角函数的定义，可得$\sin\alpha=\frac{-4}{\sqrt{3^2+4^2}}=-\frac{4}{5}$.故选：A

3.【详解】$y=0.4^x$，在$\mathbf{R}$上单调递减，$0.6>0.5$，故 $1>0.4^{0.5}>0.4^{0.6}>0$，所以 $0<b<a<1$，$y=x^{0.5}$，

在$[0,+\infty)$上单调递增，0.5>0.4，故 $0.5^{0.5}>0.4^{0.5}$，即$c>a$，所以$c>a>b$.

故选：A

4.【详解】由扇形的面积公式$S=\frac{1}{2}r^2\theta$可得 $4=\frac{1}{2}r^2\times 2$，解得$r=2$，

所以弧长为$l=r\cdot\theta=2\times 2=4$.故选：D

5.【详解】根据充分必要条件的判定知，选项为条件，题干是结论。

由$a^2>b^2$推不出 $a>b$，$a>b-1$ 推不出 $a>b$，$\frac{b}{a}<1$ 推不出 $a>b$，举反例即可。故 ABD 错误

由 $a>b+1$,所以 $a>b$，反之不成立，C 正确。故选：C.

6.【详解】由题意知，一元二次不等式$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$，所以$k\neq 0$；

又$k<0$时，应满足$\Delta=k^2-4\times 2k\times(-\frac{3}{8})<0$，解得$-3<k<0$；

所以$-3<k<0$时，一元二次不等式$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$对一切实数x都成立．故选 C

7.【详解】设经过x个小时才能驾驶，则 $100\times(1-30\%)^x<20$，即 $0.7^x<0.2$，

由于$y=0.7^x$在定义域上单调递减，$\therefore x>\log_{0.7}0.2=\frac{\lg 0.2}{\lg 0.7}=\frac{\lg 2-1}{\lg 7-1}\approx\frac{0.301-1}{0.845-1}=\frac{0.699}{0.155}\approx 4.510$，

$\therefore$他至少经过 5 小时才能驾驶.故选：C.

8.【详解】因为$f(0)=\sqrt{3}$，即$f(x)=2\sin\varphi=\sqrt{3}$，所以$\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，所以$f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，

函数$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位得到$g(x)=2\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]$,

$\because g(x)$的图象关于直线$x=\frac{3\pi}{4}$对称，$\therefore \omega\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

即$\omega\times\frac{7\pi}{12}=\frac{\pi}{6}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，令$k=1$，得$\omega=2$.故选：B.

二、多选题

9.【详解】根据判断函数相同的条件：需要定义域和对应关系相同即可。题干中函数的定义域为 $\mathbf{R}$ ，B 选项的定义域为$[0,+\infty)$,D 选项的函数定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 均不对。

故选 AC

10.【详解】A. $a+b=(a+b)\left(\frac{2}{b}+\frac{8}{a}\right)=\frac{2a}{b}+\frac{8b}{a}+10\geq 2\sqrt{16}+10=18$

当且仅当 a=2b 时取到等号。A 正确

B：函数的零点是其图像与 x 轴交点的横坐标，故 B 错误。

C：$x>-1, x+\frac{4}{x+1}=x+1+\frac{4}{x+1}-1\geq 2\sqrt{(x+1).\frac{4}{x+1}}-1=3$,当且仅当 x=1 时取等号,

故 C 正确，

D：由$f\left(\sqrt{x}+1\right)=x+2\sqrt{x}+1-1=(\sqrt{x}+1)^2-1$，

所以$f(x)=x^2-1(x\geq 1)$；故 D 正确.故选 ACD

11.【详解】因为图像过$(1,2)$，所以由 $2=a^1$，所以$a=2$，故原题中函数关系为$y=2^t$

对于 A：$\frac{2^{t+1}\ \ -2^t}{2^t}=\frac{2^t}{2^t}=1$，所以每个月的增长率为 1，故 A 正确；

对于 B：当$t=5$ 时，$y=2^5=32>30$，故 B 正确；

对于 C：第二个月比第一个月增加$y_2-y_1=2^2-2=2$

第三个月比第二个月增加$y_3-y_2=2^3-2^2=4\neq y_2-y_1$，故 C 错误；

对于 D：由题 $2=2^{t_1}$，$3=2^{t_2}, 6=2^{t_3}$，所以$t_1=\log_2 2, t_2=\log_2 3, t_3=\log_2 6$，所以

$t_1+t_2=\log_2 2+\log_2 3=\log_2 6=t_3$，故 D 正确；故选：ABD

三、填空题

12．$\sqrt{2}$

【详解】因为幂函数$f(x)=x^{a}$的图象经过点$(4,2)$，即$4^{a}=2$，解得$a=\frac{1}{2}$,

所以$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$，则$f(2)=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$.故答案为：$\sqrt{2}$

13．2

【详解】在三角形 ABC 中，$B+C=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$, $(1-\tan B)(1-\tan C)=1-(\tan B+\tan C)+\tan B\tan C=1-\tan(B+C)(1-\tan B\tan C)+\tan B\tan C=2$

14．$0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$

【详解】$\because f(x+2)=f(x)-f(1)$，且$f(x)$是定义域为**R**的偶函数，

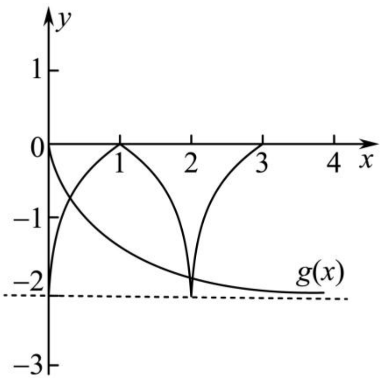
令$x=-1$, $\therefore f(-1+2)=f(-1)-f(1)$, $f(-1)=f(1)$，即$f(1)=0$，

则有$f(x+2)=f(x)$，$f(x)$是周期为 2 的偶函数，

当$x\in[2,3]$时，$f(x)=-2x^{2}+12x-18=-2(x-3)^{2}$，图象为开口向下，顶点为$(3,0)$的抛物线，

$\because$函数$y=f(x)-log_{a}(|x|+1)$在$(0,+\infty)$上至少有三个零点，

$\because f(x)\leq 0$, $\therefore g(x)\leq 0$，可得 $0<a<1$，要使函数$y=f(x)-log_{a}(|x|+1)$在$(0,+\infty)$上至少有三个零点，令$g(x)=\log_{a}(|x|+1)$，如图要求$g(2)>f(2)$，可得



就必须有$\log_{a}(2+1)>f(2)=-2$, $\therefore$可得$\log_{a}3>-2$, $\therefore 3<\frac{1}{a^{2}}$,

解得$-\frac{\sqrt{3}}{3}<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$，又$a>0$, $\therefore 0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$.

四、解答题

15．解：（1）$\because U=\{1,2,3,5,7,9\}$，$A=\{2,3,5\}$，$B=\{1,3,5,9\}$，

$\therefore (\complement_U A)=\{1,9,7\}$，$(\complement_U B)=\{2,7\}$，……………………………………………….2 分

$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{2\}$，………………………………………………………………..…..4 分

$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{7\}$；…………………………………………….…………6 分

（2）存在。……………………………………………………………………………….…………7 分

$C=\{x\mid(x-2)(x-a)=0\}$……………………………………………………..……………8 分

①当 a=2 时，$C=\{2\}$，满足 $A\cup C=A$，所以 a=2；………………………………..………9 分

②当 $a\neq 2$ 时，$C=\{2,a\}$，要满足 $A\cup C=A$，则 $C\subseteq A$，…………………………..……10 分

因为 $A=\{2,3,5\}$，所以 a=3 或 5；…………………………………………………..……….…12 分

综上所述，a=2 或 3 或 5. ………………………………………………………………….…13 分

16. 解：（1）由题知

当 $0\le x\le 3$ 时，$f(x)=18S(x)-50x-22x=18\times 6(x^2+3)-72x$,…………………..…..2 分

当 $3<x\le 6$ 时，$f(x)=18S(x)-50x-22x=18\times\frac{100x}{1+x}-72x$,………………………….………4 分

$f(x)=\begin{cases}108x^2-72x+324, 0\le x\le 3,\\ \frac{1800x}{1+x}-72x, 3<x\le 6\end{cases}$ ………………………………………………..…….…6 分

（2）由（1）得

当 $0\le x\le 3$ 时，$f(x)=108x^2-72x+324=108\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+312$

显然，$f(x)$在$[0,\frac{1}{3})$上单调递减，在$(\frac{1}{3},3]$上单调递增，此时$f(x)_{max}=f(3)=1080$……9 分

当 $3<x\le 6$ 时，$f(x)=\frac{1800x}{1+x}-72x=1872-72\left[\frac{25}{1+x}+(1+x)\right]$

$$\le 1872-72\times 2\sqrt{\frac{25}{1+x}\cdot(1+x)}=1152$$

此时$f(x)_{max}=1152$,当且仅当$\frac{25}{1+x}=1+x$时，即$x=4$ 时等号成立………………………13 分

因为 $1080 < 1152$，所以当$x = 4$ 时，$f(x)_{max} = 1152$……………………………..…………..14 分

∴当施用肥料为 4 千克时，该水果树的单株利润最大，最大利润是 1152 元……………15 分

17．解：（1）$f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + 2\cos^2 x + m = \sqrt{3}\sin 2x + 1 + \cos 2x + m$

$= 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + m + 1$，…………………….………………………..2 分

因为$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$，所以 $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$，

所以$-\frac{1}{2} \le \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1$，所以$-1 \le 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \le 2$，………………………4 分

所以$m \le 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + m + 1 \le m + 3$，

所以函数$f(x)$的最大值为$3+m$，…………………………………………………….….……5 分

所以 $3 + m = 6$，得$m = 3$；………………………………………………….……………6 分

（2）由（1）得$f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 4$.

由$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \le 2x + \frac{\pi}{6} \le \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$，解得$-\frac{\pi}{3} + k\pi \le x \le \frac{\pi}{6} + k\pi$………………..8 分

所以函数$f(x)$的单调递增区间为$[-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi]$ （$k \in Z$）……………...……...10 分

（3）由（1）得$f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 4$,把函数$y = f(x)$的图象上各点向右平移$\frac{\pi}{3}$个

单位长度得函数$g(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 4 = -2\cos 2x + 4$……………………...………12 分

令 $2x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z$,解得$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in Z$…………………………………………..…..14 分

所以，函数$g(x)$的对称中心坐标为（$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$，4）（$k \in Z$）…………………...…....15 分

18．解：（1）因为$y = f(x)$为 **R** 上的奇函数，所以$f(0) = 0$，……………………….………..1 分

$\therefore a + \frac{1}{2^0+1} = 0$，$a = -\frac{1}{2}$. ………………………………………………………………….……3 分

经验证，$a = -\frac{1}{2}$时函数 $f(x)$为奇函数，$\therefore a = -\frac{1}{2}$; ………………………………………4 分

（2）判断：$y = f(x)$为 **R** 上的减函数．……………………………………………….….5 分

证明：任取$x_1,x_2\in R,x_1<x_2$，$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{2^{x_1}+1}-\frac{1}{2^{x_2}+1}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$，……7 分

$\because x_1<x_2$，$\therefore 2^{x_1}<2^{x_2}$，$2^{x_1}+1>0$，$2^{x_2}+1>0$ $\therefore \frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}>0$，…………..9 分

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$，所以$y=f(x)$为 **R** 上的减函数．……………………………………10 分

（3）若不等式$f\left(t^2-2t\right)+f\left(2t^2-k\right)>0$有解，即$f(t^2-2t)>-f(2t^2-k)$有解….11 分

又$y=f(x)$为 **R** 上的奇函数，所以$f(t^2-2t)>f(-2t^2+k)$……………………….12 分

又$y=f(x)$为 **R** 上的减函数，所以$t^2-2t<-2t^2+k$对$t\in[1,2]$有解

即 $3t^2-2t<k$对$t\in[1,2]$有解．$\therefore k>(3t^2-2t)_{min}$，$t\in[1,2]$，………….………14 分

设$g(t)=3t^2-2t$，二次函数图象开口向上，对称轴为$t=\frac{1}{3}\notin[1,2]$…………………15 分

所以$g(t)$在$[1,2]$上递增，$g(t)_{min}=g(1)=1$，所以k的取值范围为$(1,+\infty)$．……...17 分

19．解：（1）函数$f(x)=\ln(x+a)(a\in\mathbf{R})$的图像过点$(1,0)$

所以$\ln(1+a)=0$，解得$a=0$…………………………………………………..………..…2 分

所以函数$f(x)$的解析式为$f(x)=\ln x$……………………………………………………….…3 分

（2）判断：函数F（x）为奇函数。……………………………………………………..4 分

理由如下：由（1）知，$f(x)=\ln x$,

$\therefore F(x)=f(x+1)-f(1-x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$…………………………………5 分

由$\begin{cases}1+x>0\\1-x>0\end{cases}$，解得函数$F$（$x$）的定义域为（-1,1）…………………………………………6 分

F（x）定义域关于原点对称…………………………………………………….……7 分

$F(-x)=\ln(1-x)-\ln(1+x)=-[\ln(1+x)-\ln(1-x)]=-F(x)$ ….………………8 分

$\therefore$ 函数$F(x)=\ln(x+1)-\ln(1-x)$ 为奇函数。……………………………………………..9 分

（3）因为$m>0$ 且$m>\frac{1}{m}$，所以$m>1$ 且 $0<\frac{1}{m}<1$，…………………………….…..10 分

因为$g(x)=x^2-2e^{f(x)}=x^2-2x=(x-1)^2-1$，

所以$g(x)$的最大值可能是$g(m)$或$g\left(\frac{1}{m}\right)$，……………………………………….……………..11 分

因为$g(m)-g\left(\frac{1}{m}\right)=m^2-2m-\left(\frac{1}{m^2}-\frac{2}{m}\right)=m^2-\frac{1}{m^2}-\left(2m-\frac{2}{m}\right)$

$$=\left(m-\frac{1}{m}\right)\left(m+\frac{1}{m}-2\right)=\left(m-\frac{1}{m}\right)\cdot\frac{(m-1)^2}{m}>0$$

所以$g(x)_{max}=g(m)=m^2-2m$,……………………………..…………………….13 分

所以对于任意$x\in\left[\frac{1}{m},m\right]$，都有$g(x)<-\ln(m-1)$成立，只需$g(x)_{max}<-\ln(m-1)$，

即$m^2-2m<-\ln(m-1)$，…………………………………………………….......……….14 分

设$h(m)=m^2-2m+\ln(m-1)(m>1)$，易知$h(m)$在$(1,+\infty)$上单调递增，且$h(2)=0$，

$\therefore m^2-2m+\ln(m-1)<0$，即$h(m)<h(2)$，所以 $1<m<2$，……………………..…….16 分

所以 m 的取值范围是$(1,2)$………………………………………………………….……17 分