教材习题答案全解全析

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念

教材第 2 页 › 思考

例(3)到例(6)都能组成集合.

例(3)中的元素为“每一个正方形”.

例(4)中的元素为“到直线 l 的距离等于定长 d 的每个点”.

例(5)中的元素为“方程 $x^2-3x+2=0$ 的每一个实数根”.

例(6)中的元素为“地球上四大洋中的每一个海洋”.

教材第 3 页 › 思考

(1)能,10 以内能被 3 整除的自然数.

(2)不能,不等式 $x-7<3$ 的解集是小于 10 的所有实数组成的集合,这个集合中的元素是列举不完的.

教材第 5 页 › 思考

例如:用适当的方法表示“10 以内被 3 除余 1 的自然数”构成的集合,10 以内被 3 除余 1 的自然数或 $\{1,4,7,10\}$ 或 $\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{N}$ 且 $0\leqslant x\leqslant 10\}$.

集合语言的不同形态各有特点:自然语言比较生动、通俗、易懂,它能将问题所研究的对象更加明白地叙述出来,教材上的概念、定理等多以自然语言叙述为主;列举法具有直观、明了的特点,通常用于表示元素个数较少的集合,其缺点是不易看出元素所具有的属性,且有些集合是不能用列举法表示的,如 $x-1>0$ 的解集;描述法能把集合中的元素所具有的特征描述出来,具有抽象性、概括性、普遍性的特点,其缺点是不易看出集合的具体元素.

教材第 5 页 › 练习

1. (1)是,元素是确定的,即为平面 α 内的线段 AB 的垂直平分线上的点.

   (2)否,因为“游泳能手”无明确标准,所以元素不确定.

2. $\in$ $\notin$ $\notin$ $\notin$ $\in$ $\in$

3. (1)方程 $x^2-9=0$ 的实数根为 3 与 -3,所以由方程 $x^2-9=0$ 的所有实数根组成的集合为 $\{3,-3\}$.

   (2)集合的元素是点,用坐标表示,故所求集合可表示为

   $\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}y=x+3,\\y=-2x+6\end{cases}\right\}$ 或 $\{(1,4)\}$.

   (3)由 $4x-5<3$,得 $x<2$,故不等式的解集是 $\{x\mid x<2\}$.

教材第 5 页 › 习题 1.1

1. (1) $\in$ $\notin$ $\in$ $\notin$

   (2) $\notin$ $\because A=\{x\mid x^2=x\}=\{0,1\}$,$\therefore -1\notin A$.

   (3) $\notin$ $\because B=\{x\mid x^2+x-6=0\}=\{-3,2\}$,$\therefore 3\notin B$.

   (4) $\in$ $\notin$ $\because C=\{x\in\mathbf{N}\mid 1\leqslant x\leqslant 10\}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$,$\therefore 8\in C,9.1\notin C$.

2. (1) $\{2,3,4,5\}$;(2) $A=\{1,-2\}$;(3) $B=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1<x<2\}=\{0,1\}$.

3. (1) $\{x\mid x=2k,1\leqslant k\leqslant 5,k\in\mathbf{N}\}$;

   (2) $\{1,2,3,12,21,13,31,23,32,123,132,213,231,312,321\}$;

   (3) $\{4,5,6\}$;

   (4) {指南针,造纸术,火药,印刷术}.

4. (1)易知二次函数 $y=x^2-4$ 的函数值是因变量 y 的值,

   ∴二次函数 $y=x^2-4$ 的函数值组成的集合为 $\{y\mid y=x^2-4,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\geqslant -4\}$.

   (2)易知反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的自变量为 $x(x\neq 0)$,

   ∴反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的自变量的取值组成的集合为 $\{x\mid x\neq 0\}$.

   (3)由 $3x\geqslant 4-2x$,得 $x\geqslant\dfrac{4}{5}$,

   ∴不等式 $3x\geqslant 4-2x$ 的解集为 $\left\{x\middle|x\geqslant\dfrac{4}{5}\right\}$.

5. 略.

1.2 集合间的基本关系

教材第 8 页 › 思考

$\{a\}$ 表示含有一个元素 a 的集合,$\{a\}\subseteq A$ 表示集合 A 包含 $\{a\}$,这是两个集合之间的关系;$a\in A$ 表示 a 是 A 的一个元素,这是元素与集合之间的关系. 举例略.

教材第 8 页 › 练习

1. $\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}$.

2. (1) $\in$ (2) $\in$ (3) $=$ (4) $\subsetneqq$ (5) $\subsetneqq$ (6) $=$

3. (1)将集合 A,B 表示在同一数轴上,如图 D 1 所示:

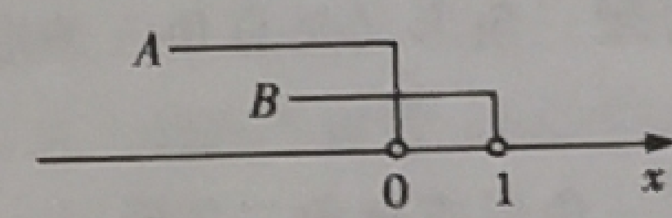


图 D 1

   由图易知 $A\subsetneqq B$.

   (2) $\because 6z=3\cdot(2z)$,且 $z\in\mathbf{N},2z\in\mathbf{N}$,∴能被 6 整除的数也一定能被 3 整除,反之不一定,$\therefore B\subsetneqq A$.

   (3) $A=\{x\in\mathbf{N}_+\mid x$ 是 4 与 10 的公倍数$\}=\{x\in\mathbf{N}_+\mid x$ 是 20 的倍数$\}=\{x\mid x=20m,m\in\mathbf{N}_+\}=B$,即 $A=B$.

教材第 9 页 › 习题 1.2

1. (1) $\notin$ $\notin$ $\subsetneqq$ $\subsetneqq$

   $\because A=\{x\mid 2x-3<3x\}=\{x\mid x>-3\}$,$B=\{x\mid x\geqslant 2\}$,

   $\therefore -4\notin B,-3\notin A,\{2\}\subsetneqq B,B\subsetneqq A$.

   (2) $\in$ $\subsetneqq$ $\subsetneqq$ $=$

   $\because A=\{x\mid x^2-1=0\}=\{-1,1\}$,

   $\therefore 1\in A,\{-1\}\subsetneqq A,\varnothing\subsetneqq A,\{1,-1\}=A$.

   (3) $\subsetneqq$ $\supsetneqq$

2. $D\subsetneqq C\subsetneqq B\subsetneqq A$,用 Venn 图(图 D 2)表示为:

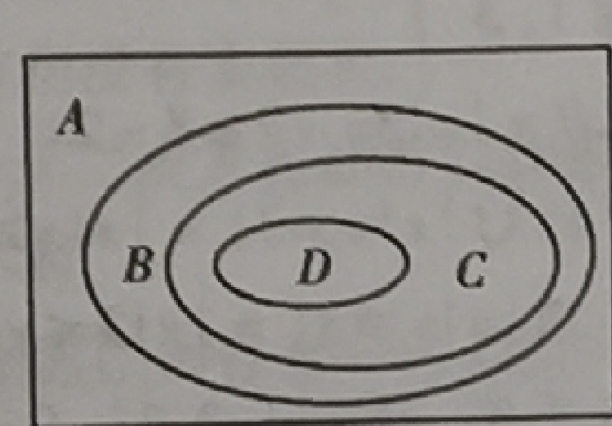


图 D 2

3. (1) $\varnothing$; (2) $\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$; (3) $\{0\}$; (4) $\{4,5,6\}$

   (本题答案不唯一)

4. 集合 $D=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}2x-y=1,\\x+4y=5\end{cases}\right\}$ 表示直线 $2x-y=1$ 与直线 $x+4y=5$ 的交点的坐标,即 $D=\{(1,1)\}$.

   因为(1,1)只表示一个点,而 $(x,y)(y=x)$ 可表示直线 $y=x$ 上的所有点,且点(1,1)在直线 $y=x$ 上,所以集合 D 是集合 C 的真子集,即 $D\subsetneqq C$.

5. (1) $\because P=Q$, $\therefore \begin{cases} a=-1, \\ -b=1, \end{cases}$ $\therefore a-b=0$.

(2) 将集合 A,B 表示在同一数轴上，如图 D 3 所示：

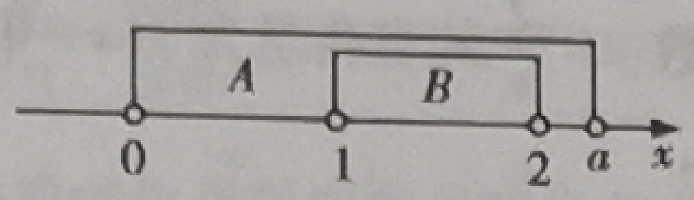


图 D 3

要使 $B\subseteq A$，由图易知 $a\geqslant 2$.

1.3 集合的基本运算

教材第 11 页第一个 › 思考

两个关系式都成立.

教材第 11 页第二个 › 思考

(1)(2) 中集合 C 都是由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的，即集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成了集合 C.

教材第 12 页 › 思考

两个关系式都成立.

教材第 12 页 › 练习

1. $A\cap B=\{5,8\}$，$A\cup B=\{3,4,5,6,7,8\}$.

2. $\because A=\{x|(x-5)(x+1)=0\}=\{5,-1\}$，$B=\{x|x^2=1\}=\{-1,1\}$，
$\therefore A\cup B=\{-1,1,5\}$，$A\cap B=\{-1\}$.

3. $A\cap B=\{x|x$ 既是等腰三角形又是直角三角形$\}=\{x|x$ 是等腰直角三角形$\}$，
$A\cup B=\{x|x$ 是等腰三角形或直角三角形$\}$.

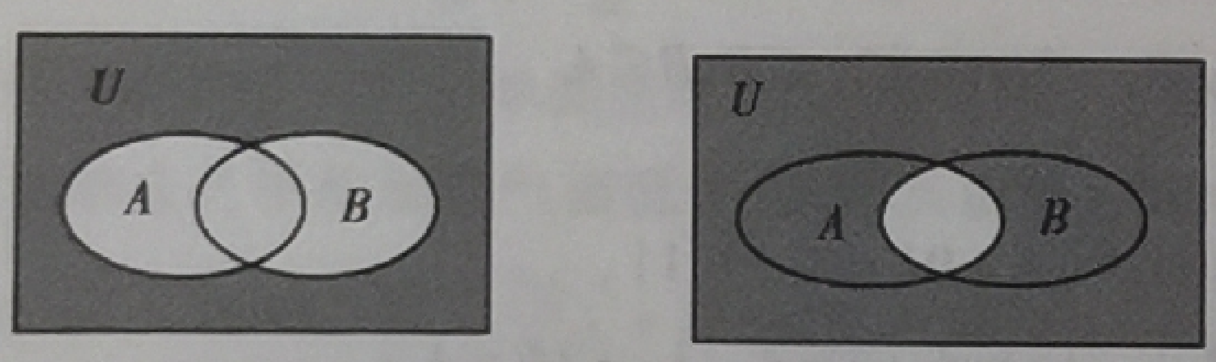
4. $A\cup B=\{x|x$ 是幸福农场的汽车或货车$\}$.

教材第 13 页 › 练习

1. $\because \complement_U A=\{1,3,6,7\}$，$\complement_U B=\{2,4,6\}$，
$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{2,4,5\}\cap\{2,4,6\}=\{2,4\}$，
$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,3,6,7\}\cap\{2,4,6\}=\{6\}$.

2. $B\cap C=\{x|x$ 是正方形$\}$，$\complement_A B=\{x|x$ 是邻边不相等的平行四边形$\}$，$\complement_S A=\{x|x$ 是梯形$\}$.

3. 如图 D 1 所示：



(1) (2)

图 D 1

教材第 14 页 › 习题 1.3

1. $\because A=\{x|2\leqslant x<4\}$，$B=\{x|3x-7\geqslant 8-2x\}=\{x|x\geqslant 3\}$，
$\therefore A\cup B=\{x|2\leqslant x<4\}\cup\{x|x\geqslant 3\}=\{x|x\geqslant 2\}$，
$A\cap B=\{x|2\leqslant x<4\}\cap\{x|x\geqslant 3\}=\{x|3\leqslant x<4\}$.

2. $\because A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{3,4,5,6\}$，
$\therefore A\cap B=\{1,2,3\}$，$A\cap C=\{3,4,5,6\}$.
又 $B\cup C=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B\cap C=\{3\}$，
$\therefore A\cap(B\cup C)=\{1,2,3,4,5,6\}$，
$A\cup(B\cap C)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

3. 每位同学最多只能参加两项比赛，即 $A\cap B\cap C=\varnothing$.
(1) $A\cup B$ 表示参加 100 m 跑或参加 200 m 跑的同学组成的集合；
(2) $A\cap C$ 表示既参加 100 m 跑又参加 400 m 跑的同学组成的集合.

4. $\because A\cup B=\{x|2<x<10\}$，$A\cap B=\{x|3\leqslant x<7\}$，$\complement_R A=\{x|x<3$ 或 $x\geqslant 7\}$，$\complement_R B=\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 10\}$，$\therefore \complement_R(A\cup B)=\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 10\}$，$\complement_R(A\cap B)=\{x|x<3$ 或 $x\geqslant 7\}$，$(\complement_R A)\cap B=\{x|2<x<3$ 或 $7\leqslant x<10\}$，$A\cup(\complement_R B)=\{x|x\leqslant 2$ 或 $3\leqslant x<7$ 或 $x\geqslant 10\}$.

5. 由题意知，当 $a=3$ 时，$A=\{3\}$，$B=\{1,4\}$，$A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\varnothing$；
当 $a\neq 3$ 时，$A=\{a,3\}$，$B=\{1,4\}$，
$\therefore$ 当 $a=1$ 时，$A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\{1\}$；
当 $a=4$ 时，$A\cup B=\{1,3,4\}$，$A\cap B=\{4\}$；
当 $a\neq 1$，且 $a\neq 4$，且 $a\neq 3$ 时，$A\cup B=\{a,1,3,4\}$，$A\cap B=\varnothing$.

6. $\because U=A\cup B=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，
$A\cap(\complement_U B)=\{1,3,5,7\}$，
$\therefore \complement_U B=\{1,3,5,7\}$.
故 $B=\complement_U(\complement_U B)=\{0,2,4,6,8,9,10\}$.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

教材第 20 页 › 练习

1. (1) 这是线段垂直平分线的性质定理，$p\Rightarrow q$，所以 p 是 q 的充分条件.
(2) 举例：$\triangle ABC$ 中，$b=1$，$B=30^\circ$，$a=\sqrt{3}$，$A=120^\circ$，$\triangle A'B'C'$ 中，$b'=1$，$B'=30^\circ$，$a'=\sqrt{3}$，$A'=60^\circ$，两个三角形不全等，$p\nRightarrow q$，所以 p 不是 q 的充分条件.
(3) 这是一条相似三角形的性质定理，$p\Rightarrow q$，所以 p 是 q 的充分条件.

2. (1) 这是直线与圆位置关系的判定定理，$p\Rightarrow q$，所以 q 是 p 的必要条件.
(2) 当 $x=\sqrt{2}$ 时，$x^2=2$，x 是无理数，但 x^2 不是无理数，$p\nRightarrow q$，所以 q 不是 p 的必要条件.

3. $a /\!/ b$ 的充分条件有：(1) $\angle 1=\angle 4$；(2) $\angle 1=\angle 2$；(3) $\angle 1+\angle 3=180^\circ$ 等.
$a /\!/ b$ 的必要条件有：(1) $\angle 1=\angle 4$；(2) $\angle 1=\angle 2$；(3) $\angle 1+\angle 3=180^\circ$ 等.

1.4.2 充要条件

教材第 22 页 › 练习

1. (1) 根据等腰三角形的判定和性质定理可知，$p\Leftrightarrow q$，所以 p 是 q 的充要条件.
(2) 因为“若 p，则 q”为假命题，“若 q，则 p”为真命题，即 $p\nRightarrow q$，$q\Rightarrow p$，所以 p 不是 q 的充要条件.
(3) 因为“若 p，则 q”为假命题，即 $p\nRightarrow q$，所以 p 不是 q 的充要条件.

2. “两个三角形全等”的充要条件：
(1) 三边对应相等(SSS)；
(2) 两边和其夹角对应相等(SAS)；
(3) 两角和它们的夹边对应相等(ASA)；
(4) 两角与其中一角的对边对应相等(AAS).
“两个三角形相似”的充要条件：
(1) 三边对应成比例；
(2) 两组角对应相等；
(3) 两边对应成比例且夹角相等.

3. 设 p：$AC=BD$，q：梯形 $ABCD$ 为等腰梯形.
(1) 充分性($p\Rightarrow q$)：

过点 D 作 $DE /\!/ AC$,与 BC 的延长线交于点 E,如图 D 1 所示,易知 $AD /\!/ CE$,$\therefore$ 四边形 $ACED$ 为平行四边形,$\therefore AC=ED$,

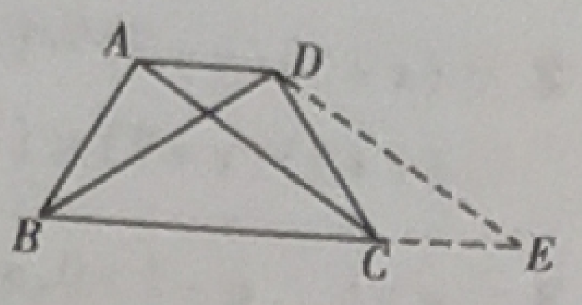


图 D 1

又 $AC=BD$,$\therefore BD=ED$,$\therefore \angle E=\angle DBC$,

易知 $\angle E=\angle ACB$,$\therefore \angle DBC=\angle ACB$,又 $AC=BD$,$BC=CB$,

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DBC$,$\therefore AB=DC$,

故梯形 $ABCD$ 为等腰梯形.

(2)必要性($q \Rightarrow p$):

在等腰梯形 $ABCD$ 中,易知 $AB=DC$,$\angle ABC=\angle DCB$,

又 $BC=CB$,$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$,$\therefore AC=DB$.

由(1)(2)可得,梯形 $ABCD$ 为等腰梯形的充要条件为$AC=BD$.

教材第 22 页 › 习题 1.4

1. (1) $p: x<1$,$q: x<2$.

因为 $p \Rightarrow q$,$q \nRightarrow p$,所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(2) $p: x<2$,$q: x<1$.

因为 $p \nRightarrow q$,$q \Rightarrow p$,所以 p 是 q 的必要不充分条件.

(3) $p: x^2+y^2=0$,$q: x=y=0$.

因为 $p \Rightarrow q$,$q \Rightarrow p$,所以 p 是 q 的充要条件.

2. (1)必要不充分条件;(2)充要条件;(3)充分不必要条件;(4)必要不充分条件;(5)既不充分也不必要条件.

3. (1)真命题;(2)假命题;(3)假命题;(4)真命题.

4. (1)充分条件;(2)必要条件;(3)充要条件.

5. 必要性(由 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc \Rightarrow a=b=c$):

因为 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$,所以 $2a^2+2b^2+2c^2=2ab+2ac+2bc$,即$(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2=0$,所以 $a=b$,$a=c$,$b=c$,即 $a=b=c$.

充分性(由 $a=b=c \Rightarrow a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$):

因为 $a=b=c$,所以 $a^2+b^2+c^2=3a^2$,$ab+ac+bc=3a^2$,故$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$.

综上可知,$a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$ 的充要条件是 $a=b=c$.

6. 在$\triangle ABC$ 中,a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边,且 $a \leqslant b \leqslant c$,

(1) $\triangle ABC$ 为锐角三角形的一个充要条件是 $a^2+b^2>c^2$.

(2) $\triangle ABC$ 为钝角三角形的一个充要条件是 $a^2+b^2<c^2$.

证明:在$\triangle ABC$ 中,$a \leqslant b \leqslant c$,根据大边对大角定理,知角 C 是最大的角.

(1)必要性(由$\triangle ABC$ 为锐角三角形$\Rightarrow a^2+b^2>c^2$):

在锐角三角形 ABC 中,过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D(如图 D 2),记 $BC=a$,$AC=b$,$AB=c$,设 $CD=x(0<x<a)$,则 $BD=a-x$,根据勾股定理,得 $AC^2-CD^2=AD^2=AB^2-BD^2$,即 $b^2-x^2=c^2-(a-x)^2$,化简得$a^2+b^2=c^2+2ax>c^2$,所以 $a^2+b^2>c^2$.

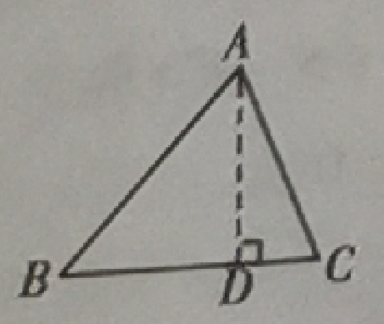


图 D 2

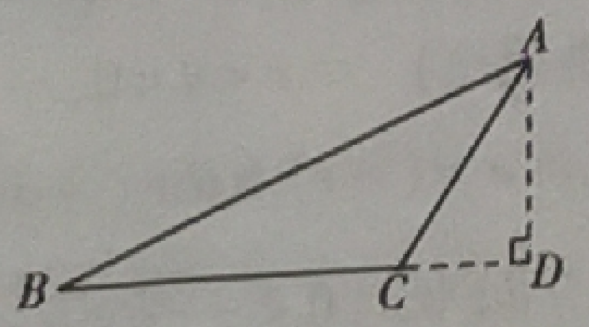


图 D 3

充分性(由 $a^2+b^2>c^2 \Rightarrow \triangle ABC$ 为锐角三角形):

假设$\triangle ABC$ 中最大的角不是锐角,那么只能是直角或钝角,若角 C 是直角,根据勾股定理得 $a^2+b^2=c^2$,这与已知 $a^2+b^2>c^2$ 产生矛盾,故角 C 不可能是直角;若角 C 是钝角(如图 D 3),过点 A 作 $AD \perp BC$,交 BC 的延长线于点 D,记 $BC=a$,$AC=b$,$AB=c$,设$CD=x(x>0)$,则 $BD=a+x$,根据勾股定理,得$AC^2-CD^2=AD^2=AB^2-BD^2$,即 $b^2-x^2=c^2-(a+x)^2$,化简得 $a^2+b^2=c^2-2ax<c^2$,这与已知 $a^2+b^2>c^2$ 也产生矛盾,故角 C 不可能是钝角,所以角 C 是锐角,即$\triangle ABC$ 中最大的角为锐角,故$\triangle ABC$ 为锐角三角形.

综上可知,$\triangle ABC$ 为锐角三角形的充要条件是 $a^2+b^2>c^2$.

(2)同理可证,$\triangle ABC$ 为钝角三角形的充要条件是 $a^2+b^2<c^2$.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

教材第 28 页 › 练习

1. (1)真命题;(2)假命题;(3)假命题.
2. (1)真命题;(2)假命题;(3)真命题.

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

教材第 31 页 › 练习

1. (1) $\exists n \in \mathbf{Z}, n \notin \mathbf{Q}$.

(2)存在一个奇数的平方不是奇数.

(3)存在一个平行四边形,它不是中心对称图形.

2. (1)所有三角形都不是直角三角形.

(2)所有梯形都不是等腰梯形.

(3)所有实数的绝对值都是正数.

教材第 31 页 › 习题 1.5

1. (1)真命题;(2)真命题;(3)真命题;(4)假命题.

2. (1)真命题;(2)真命题;(3)真命题;(4)假命题.

3. (1) $\exists x \in \mathbf{Z}, |x| \notin \mathbf{N}$.

(2)存在一个可以被 5 整除的整数,末位数字不是 0.

(3) $\forall x \in \mathbf{R}, x+1<0$.

(4)任意一个四边形,它的对角线都不互相垂直.

4. (1)假命题;命题的否定:平面直角坐标系下存在一条直线不与 x 轴相交.

(2)真命题;命题的否定:存在一个二次函数,它的图象不是轴对称图形.

(3)假命题;命题的否定:所有三角形的内角和都大于或等于 180°.

(4)真命题;命题的否定:任意一个四边形,它的四个顶点都在同一个圆上.

5. (1)所有平行四边形的对角线都互相平分.

命题的否定:存在一个平行四边形,它的对角线不互相平分.

(2)任意三个连续整数的乘积都是 6 的倍数.

命题的否定:存在三个连续整数,它们的乘积不是 6 的倍数.

(3)有的三角形不是中心对称图形.

命题的否定:所有三角形都是中心对称图形.

(4)有些一元二次方程没有实数根.

命题的否定:所有一元二次方程都有实数根.

6. (1)①②的否定都不对.

改写成含有量词的命题①:对任意 $x>1$,都有 $2x+1>5$.(假命题)

命题①的否定:存在 $x>1$,$2x+1 \leqslant 5$.(真命题)

改写成含有量词的命题②:所有等腰梯形的对角线都相等.(真命题)

命题②的否定:有些等腰梯形的对角线不相等.(假命题)

(2)例①:若一个数能被 6 整除,则它能被 3 整除.(真命题)

改写成含有量词的命题:任意一个能被 6 整除的数都能被 3 整除.(真命题)

命题的否定:存在能被 6 整除但不能被 3 整除的数.(假命题)

例②:若 a 和 b 是偶数,则 $a+b$ 是偶数.(真命题)

改写成含有量词的命题:任意两个偶数的和都是偶数.(真命题)

命题的否定:存在两个偶数,它们的和不是偶数.(假命题)

章末小结

教材第 34 页 › 复习参考题 1

1. (1) $A=\{-3,3\}$; (2) $B=\{1,2\}$; (3) $C=\{1,2\}$.

2. (1)线段 AB 的垂直平分线;
(2)以点 O 为圆心,半径为 3 cm 的圆.

3. $\triangle ABC$ 的外心.

4. (1)充分不必要条件 (2)充分不必要条件 (3)必要不充分条件 (4)既不充分也不必要条件

5. (1)假命题;(2)假命题;(3)假命题;(4)真命题.

6. (1) $\forall x\in\mathbf{R}, x^2\geqslant 0$.(真命题)
(2) $\forall a\in\mathbf{R}$,二次函数 $y=x^2+a$ 的图象关于 y 轴对称.(真命题)
(3) $\exists (x,y)\in\{(x,y)\mid x,y$ 是整数$\}$, $2x+4y=3$.(假命题)
(4) $\exists x\in\{x\mid x$ 是无理数$\}$, $x^3\in\mathbf{Q}$.(真命题)

7. (1) $\exists a\in\mathbf{R}$,一元二次方程 $x^2-ax-1=0$ 没有实根,是假命题.
(2)存在一个正方形,它不是平行四边形,是假命题.
(3) $\forall m\in\mathbf{N}$, $\sqrt{m^2+1}\notin\mathbf{N}$,是假命题.
(4)所有的四边形的内角和都等于 360°,是真命题.

8. $A\cap B=\{(0,0)\}$,表示直线 $2x-y=0$ 与直线 $3x+y=0$ 相交于原点.
$A\cap C=\varnothing$,表示直线 $2x-y=0$ 与直线 $2x-y=3$ 平行.

9. 存在. $\because A\cup B=A$, $\therefore B\subseteq A$, $\therefore a+2=3$ 或 $a+2=a^2$.
当 $a+2=3$,即 $a=1$ 时,集合 A 不满足元素的互异性.
当 $a+2=a^2$,即 $a=-1$ 或 $a=2$ 时,
若 $a=-1$,则集合 A 不满足元素的互异性;
若 $a=2$,则 $A=\{1,3,4\}$, $B=\{1,4\}$,符合题意.
综上, $a=2$.

10. (1)对于任意一个 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$,若角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且 $A=90°$,则 $a^2=b^2+c^2$.
(2)对于任意一个三角形,它的内角和等于 180°.

11. 设参加游泳比赛的为集合 A,参加田径比赛的为集合 B,参加球类比赛的为集合 C,同时参加田径和球类比赛的人数为 x,根据题意画出 Venn 图,并在图中相应的位置填上数字,如图 D 1 所示.

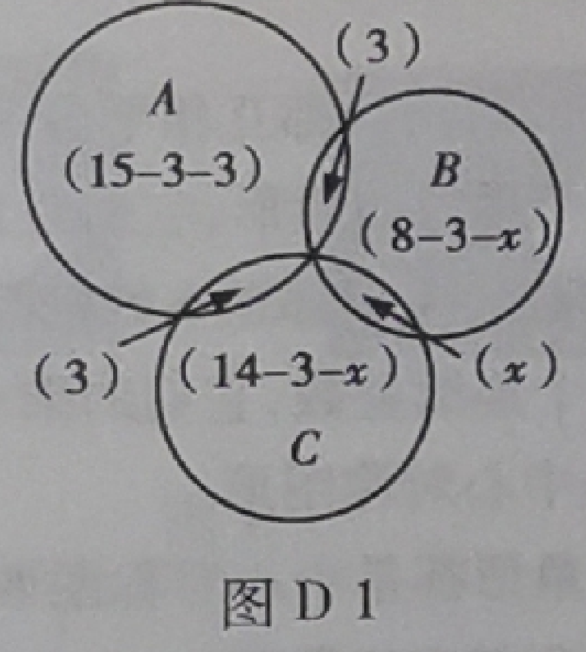


图 D 1

由图可得, $15+(8-3-x)+x+(14-3-x)=28$,解得 $x=3$,
故同时参加田径和球类比赛的有 3 人,只参加游泳一项比赛的有 $15-3-3=9$(人).

12. (1) $\forall n\in\mathbf{N}_+$, $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.
(2)任意三角形的三条高所在的直线都交于一点(即三角形的垂心).

第二章 一元二次函数、方程和不等式

2.1 等式性质与不等式性质

教材第 40 页 › 练习

1. (1) $0<h\leqslant 4$; (2) $a+b\geqslant 0$; (3) $\begin{cases}L>0,\\W>0,\\L>4W,\\(L+10)(W+10)<350.\end{cases}$

2. $\because (x+3)(x+7)-(x+4)(x+6)=21-24=-3<0$,
$\therefore (x+3)(x+7)<(x+4)(x+6)$.

3. $\because a>b$, $\therefore a-b>0$, $a-\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a-b}{2}>0$, $\therefore a>\dfrac{a+b}{2}$.
又 $\dfrac{a+b}{2}-b=\dfrac{a-b}{2}>0$, $\therefore \dfrac{a+b}{2}>b$, $\therefore a>\dfrac{a+b}{2}>b$.

教材第 42 页 › 练习

1. 性质 1 证明: $\because a>b$, $\therefore a-b>0$,由于正数的相反数为负数,则 $-(a-b)<0$,即 $b-a<0$, $\therefore b<a$. 同理,如果 $b<a$,那么 $a>b$.
性质 3 证明: $\because a>b$, $\therefore (a+c)-(b+c)=a-b>0$, $\therefore a+c>b+c$.
性质 4 证明:① $\because a>b$, $\therefore a-b>0$,又 $c>0$, $\therefore (a-b)c=ac-bc>0$,即 $ac>bc$.
② $\because a>b$, $\therefore a-b>0$,又 $c<0$,且异号相乘得负, $\therefore (a-b)c<0$,即 $ac-bc<0$,即 $ac<bc$.
性质 6 证明: $\because a>b>0$, $c>d>0$, $\therefore$ 由性质 4 得 $ac>bc>0$, $bc>bd>0$. $\therefore ac>bd$.

2. (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $<$

教材第 42 页 › 习题 2.1

1. 略.

2. 由题意知,方案 B 为第一年投资 100 万元,以后每年投资 10 万元,所以经过 n 年后方案 B 的投资总额为 $100+(n-1)\times 10=(10n+90)$(万元),所以"经过 n 年之后,方案 B 的投入不少于方案 A 的投入"用不等式表示为 $10n+90\geqslant 500$.

3. (1) $\because (x^2+5x+6)-(2x^2+5x+9)=-x^2-3<0$, $\therefore x^2+5x+6<2x^2+5x+9$.
(2) $\because (x-3)^2-(x-2)(x-4)=(x^2-6x+9)-(x^2-6x+8)=1>0$, $\therefore (x-3)^2>(x-2)(x-4)$.
(3) $\because x>1$, $\therefore x^2-(x^2-x+1)=x-1>0$, $\therefore x^2>x^2-x+1$.
(4) $\because (x^2+y^2+1)-2(x+y-1)=x^2+y^2+1-2x-2y+2=(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)+1=(x-1)^2+(y-1)^2+1>0$, $\therefore x^2+y^2+1>2(x+y-1)$.

4. 由题意得 $\begin{cases}50<10a+b<60,\\b-a=2,\\0<a\leqslant 9,\\0\leqslant b\leqslant 9,\end{cases}$ 解得 $4\dfrac{4}{11}<a<5\dfrac{3}{11}$.
又 $a\in\mathbf{N}_+$, $\therefore a=5$, $\therefore b=7$,故所求的两位数为 57.

5. 由 $2<a<3$ 得 $4<2a<6$,又 $-2<b<-1$,由性质 5 得, $2<2a+b<5$.

6. $\because c<b$, $b<a$, $\therefore c-b<0$, $b-a<0$,
根据两个负数的和仍是负数,
得 $(c-b)+(b-a)<0$,即 $c-a<0$, $\therefore c<a$.

7. 方法 1 (性质法) $\because c<d<0$, $\therefore -c>-d>0$.
$\because a>b>0$, $\therefore a+(-c)>b+(-d)>0$,
即 $a-c>b-d>0$, $\therefore 0<\dfrac{1}{a-c}<\dfrac{1}{b-d}$.
又 $e<0$, $\therefore \dfrac{e}{a-c}>\dfrac{e}{b-d}$.
方法 2 (作差法) $\dfrac{e}{a-c}-\dfrac{e}{b-d}=\dfrac{(b-d)e}{(a-c)(b-d)}-\dfrac{(a-c)e}{(a-c)(b-d)}=\dfrac{(b-d-a+c)e}{(a-c)(b-d)}=\dfrac{[(b+c)-(a+d)]e}{(a-c)(b-d)}$.
$\because a>b>0$, $c<d<0$,
$\therefore a+d>b+c$, $a-c>0$, $b-d>0$,又 $e<0$,